

# DESENVOLVIMENTO DE UM PERCURSO DE ESTUDO E DE PESQUISA (PEP) PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA FATORAÇÃO POLINOMIAL<sup>1</sup>

Míriam do Rocio Guadagnini

Aluna do Programa de Pós-graduação da UNIAN-SP

Marlene Alves Dias

Docente do Programa de Pós-graduação da UNIAN-SP

**Resumo:** Este artigo tem o propósito de investigar o ensino da fatoração polinomial, com relação às possibilidades de inserção de aplicações quando da sua introdução e utilização, nas diferentes etapas escolares do Ensino Fundamental e Médio e, por meio da análise institucional de livros didáticos e documentos oficiais. Tomamos como fundamentação teórica a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard, e como metodologia, o Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP de Chevallard e colaboradores (2011). Para a construção do PEP iniciamos com um estudo centrado nas suas possíveis aplicações intra e extramatemáticas. Os estudos realizados até o momento indicam ser possível desencadear algumas reflexões que possam colaborar com o ensino e a aprendizagem da fatoração polinomial, bem como, propor uma nova forma de trabalho por meio de percursos de estudo e pesquisa.

**Palavras-chave:** Praxeologias; Fatoração Polinomial; Percurso de Estudo e Pesquisa.

## I. Introdução

Neste texto apresentamos um recorte de uma pesquisa em andamento, em nível de doutorado, que trata do Ensino e Aprendizagem da Fatoração Polinomial.

Consideramos a fatoração polinomial uma noção introdutória às ideias algébricas e relevantes na simplificação e resolução de problemas que envolvam equações, expressões, no Ensino Fundamental e Médio; limites, derivadas e integrais, no Ensino Superior; bem como, para o estudo e compreensão de noções intra e extramatemática, como, por exemplo, o cálculo da área máxima de uma região dado seu perímetro, em fórmulas como a soma de uma P.A. ou no caso da noção de média aritmética, para a qual está associada à utilização dos parênteses quando se deseja, por exemplo, construir um programa de computador que calcule a média

---

<sup>1</sup> Trabalho apresentado no III Simpósio Internacional de Inovação em Educação 2015.

aritmética. Este exemplo bastante simples é citado pelos professores de informática que observam as dificuldades encontradas por muitos estudantes, pois os mesmos indicam a soma sem parênteses e dividem apenas a última parcela pela quantidade de parcelas, o que nos parece representar um problema associado a um caso simples de fatoração, que não é tratado desta maneira pelo ensino, uma vez que, em geral, é dada a fórmula para o cálculo da média aritmética.

Ressaltamos ainda que no Ensino Médio e no Ensino Superior a fatoração polinomial é utilizada como conhecimento retrospectivo disponível para facilitar a solução de determinadas tarefas, isto é, trata-se de uma ferramenta introduzida no Ensino Fundamental para a qual se espera que o estudante possa utilizá-la quando necessário sem que para isso seja preciso uma demanda explícita, também será utilizado como conhecimento retrospectivo disponível para resolver problemas de diversos domínios da matemática e de outras ciências, ficando sob a responsabilidade do professor revisitar esta noção em função do seu grupo de alunos.

Portanto, trata-se de um objeto matemático desenvolvido no Ensino Fundamental, etapa obrigatória da escolaridade, que será utilizado durante o Ensino Médio e estudos posteriores, enquanto ferramenta explícita para a introdução e desenvolvimento de novos conceitos e noções matemáticas.

Em função da importância da fatoração polinomial nas diferentes etapas escolares, iniciamos uma pesquisa para verificar as expectativas institucionais para seu estudo e aplicação nos ensinos: Fundamental, Médio e Superior brasileiro. As análises destas expectativas foram realizadas por meio de documentos oficiais e materiais didáticos que servem de orientações para o desenvolvimento da matemática nas escolas brasileiras.

Para o ensino fundamental, analisamos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Brasil (1998), e livros didáticos indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático, Brasil (2014), já para o Ensino Médio estudamos os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), Brasil (2000), os Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+), Brasil (2002) e as Organizações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), Brasil (2006).

A análise destes documentos nos permitiu identificar as formas de trabalho propostas e utilizadas, o que nos ajuda a compreender o funcionamento institucional atual, que nos auxiliarão na construção de uma nova abordagem, baseada na engenharia didática Percorso de Estudo e de Pesquisa que será tratada apenas por PEP na sequência. Trata-se de uma proposta

de engenharia focada na motivação e no desenvolvimento de conceitos e noções matemáticas que tenham sentido para os estudantes, levando em conta os conhecimentos prévios dos mesmos e exigindo ainda para o seu desenvolvimento uma mudança do contrato didático habitual, o que gera algumas dificuldades que não podem ser acrescidas daquelas associadas à falta de ferramentas que possibilitem a evolução da engenharia, o que justifica a necessidade de compreendermos as atuais expectativas institucionais.

Assim, optamos pela Teoria Antropológica do Didático enquanto referencial teórico da pesquisa e pela metodologia da pesquisa bibliográfica e pesquisa documental que apresentamos na sequência.

## **II. Referencial Teórico e Metodológico**

Para as análises das expectativas institucionais utilizamos às noções de relações institucional e pessoal e, praxeologia que servem de base para as análises dos saberes a ensinar, ou seja, aqueles que se supõe tenham sido desenvolvidos nas etapas escolares consideradas e que, conseqüentemente, podem corresponder aos conhecimentos prévios dos estudantes, isto é, os conhecimentos necessários para fundamentar a engenharia PEP, mas que podem ser revisitados por meio de Atividades de Estudo e de Pesquisa AEP, construídas no interior da PEP com a função de reorganizar e esclarecer conhecimentos que os estudantes ainda não são capazes de mobilizar.

Apresentamos a seguir as noções da Teoria Antropológica do Didático que utilizamos para a análise dos documentos oficiais e dos livros didáticos.

### **A) Noções da Teoria Antropológica do Didático (TAD)**

Chevallard (1992) após introduzir os elementos primitivos da TAD, a saber: o objeto (O), a pessoas (X) e a instituição I, define as noções de relação institucional e pessoal ao objeto O.

Assim, um objeto O existe para uma pessoa X se esta tem uma relação pessoal  $R(X,O)$ , ou seja, uma relação que corresponde ao conjunto de interações que X pode ter com O, no sentido de poder manipular, utilizar, falar de, sonhar com, etc. Isto define a maneira que a pessoa X conhece O.

Para Chevallard (1992) o par formado pelo indivíduo  $X$  e o sistema de relações pessoais  $R(X,O)$  define uma pessoa. Este sistema de relações pessoais evolui, uma vez que objetos que não existiam passam a existir, outros deixam de existir e assim a relação pessoal de  $X$  muda. Nesta evolução o invariante é o indivíduo e o que muda é a pessoa, ou seja, esta modificação da relação pessoal do indivíduo  $X$  com o objeto  $O$  representa a aprendizagem.

A relação institucional ao objeto  $O$  é definida por Chevallard (1992) como uma restrição para a relação de uma pessoa com o mesmo objeto  $O$  quando esta se torna sujeito de uma instituição  $I$ . A relação institucional depende da posição  $p$  que a pessoa  $X$  ocupa em  $I$ , indicada por  $R_I(p,O)$ . Desta forma, a pessoa  $X$  é o emergente de um complexo de sujeições institucionais.

As noções de relações institucional e pessoal são ferramentas que nos permitem identificar o que o indivíduo ou a instituição são capazes de fazer com o objeto  $O$ .

Chevallard (1998) define obra como uma parte qualquer de um complexo de organizações praxeológicas ou praxeologias. Na sequência apresentamos brevemente a noção de praxeologia que permite identificar as obras que sobrevivem em uma determinada cultura.

Para descrever a relação institucional associada a um saber, observando que este tem um prestígio cultural para certos objetos, Chevallard (1999) introduz a noção de praxeologia que corresponde a um modelo para descrever o conhecimento matemático, situando a atividade matemática no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais. Assim, a noção de praxeologia segundo Chevallard (1999) é ampla, pois toda atividade humana pode ser analisada por meio da noção de praxeologia, como por exemplos: calcular o valor de uma equação, um gráfico, arrumar uma mesa.

A noção de organização praxeológica ou praxeologia está associada aos tipos de tarefas ( $T$ ), sendo que o termo tarefa não difere da definição popularizada, ou seja, o ato de realizar alguma atividade. Na maioria dos casos, uma tarefa é expressa por um verbo; em nosso trabalho: fature, calcule, desenvolva, expresse, determine, resolva.

No entanto, a noção de tarefa em Matemática difere das demais, Bosch e Chevallard (1999, p.84) observam que “o que distingue a atividade matemática das outras atividades humanas é que, diante de uma tarefa, é preciso saber como resolvê-la”,

Assim, para Chevallard, uma praxeologia, corresponde aos tipos de tarefas ( $T$ ) que para serem executadas, necessitam de uma maneira de fazer, denominada técnica ( $\tau$ ). A

associação entre tarefa-técnica é definida como um saber fazer, a qual necessita de uma tecnologia ( $\theta$ ), um discurso racional que justifica e torna a técnica compreensível, e de uma teoria ( $\Theta$ ) que justifica e esclarece a tecnologia utilizada, resultando em uma associação tecnológico-teórico, que corresponde ao saber. Em outras palavras, reconhecer que tipo de técnica, por exemplo, redução de termos semelhantes está associada à realização da tarefa, simplificar os termos de um polinômio; saber justificá-la, por meio de uma tecnologia apropriada, a propriedade da soma de polinômios; para isto é preciso dispor de uma teoria apropriada para justificar, criar e compreender tal tecnologia, neste caso, os anéis de polinômios.

Conforme Chevallard, Bosch e Gascón (2001) o sistema composto por tipo de tarefa ( $T$ ), técnica ( $\tau$ ), tecnologia ( $\theta$ ) e teoria ( $\Theta$ ), constitui o que Chevallard denomina organização praxeológica ou praxeologia, indicado por  $[T, \tau, \theta, \Theta]$ .

Após esta breve descrição dos elementos da TAD que correspondem às ferramentas da análise proposta, apresentamos uma concisa descrição da nova metodologia de engenharia didática denominada Percurso de Estudo e de Pesquisa (PEP).

### **B) Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)**

Chevallard (2009) chama *Didática de Investigação Codisciplinar*, um domínio de pesquisa relativamente novo em didática, dando origem à ideia da nova metodologia de Engenharia Didática denominada Percurso de Estudo e de Pesquisa (PEP).

Para Barquero, Bosch e Gascón (2011), um PEP inicia com o estudo de uma questão  $Q$  com forte poder gerador, capaz de levantar outras questões derivadas. Para respondê-las é necessária a construção de ferramentas matemáticas (técnicas, noções, propriedades, etc.). Esse modelo metodológico recupera a relação: questões e respostas, origem da construção do conhecimento científico e especialmente da atividade matemática.

Um PEP tem como foco principal, introduzir no ambiente escolar uma epistemologia que possa dar sentido ao estudo da matemática, permitindo aos alunos o estudo e a compreensão do tema por meio do questionamento e da investigação.

O ponto de partida de um PEP deve ser de uma questão de interesse real, “viva” para a comunidade de estudo, que denotaremos por  $Q_0$  e a chamaremos questão geratriz do processo de estudo. Durante a PEP, o estudo da questão geratriz  $Q_0$  evolui e dá lugar a novas “questões derivadas”;  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ . O estudo de  $Q_0$  e de suas questões

derivadas conduz a uma busca de respostas e, com ela, a construção de um grande número de saberes que delimitam o mapa e os limites provisórios do “território” a alcançar durante o processo de estudo. Este processo, que poderemos sintetizar como uma rede de questões e respostas ( $Q_i, R_i$ ), contém as possíveis trajetórias a “alcançar” geradas a partir do estudo de  $Q_0$ . (BARQUERO; BOSCH; GASCÓN, 2011, p. 341, tradução nossa)

Considerando que a introdução de uma engenharia do tipo PEP se faz por meio de uma questão geratriz ( $Q_0$ ), que conduza a outros questionamentos, gerando um percurso de pesquisa, definimos como  $Q_0$ : Como decidir quando fatorar uma expressão algébrica? Desse modo, consideramos que estamos à procura de respostas para as distintas questões, chamadas de questões derivadas decorrentes, as quais destacamos algumas, a saber:  $Q_1$ : Qual o grau do polinômio?;  $Q_2$ : É viável a fatoração?;  $Q_3$ : Para quais casos?;  $Q_4$ : Qual o conceito e aplicações intramatemático e extramatemático?;  $Q_5$ : Em qual ou quais ciências é possível utilizar a fatoração?;  $Q_6$ : Quais aplicações são possíveis?

A partir deste questionamento inicial elaboraremos os possíveis caminhos que correspondem às ligações entre as questões, variáveis e respostas que poderão surgir durante o desenvolvimento do percurso.

Barquero, Bosch e Gascón (2011) destacam que o objetivo principal de um PEP é dar resposta a questão proposta e não aprender ou ensinar conceitos, o processo de modelagem pode ser considerado com um objetivo do ensino em si mesmo, não como um meio para construir novos conhecimentos. O desenvolvimento de um PEP supõe que devemos dar o mesmo valor tanto para o processo de estudo – a atividade de modelagem – como para a resposta que o mesmo gera.

Antes de nos lançarmos na análise das relações institucionais esperadas e existentes para o ensino da fatoração, apresentamos uma breve descrição dos trabalhos de pesquisa sobre este objeto de estudo, para verificar se nestes já existem praxeologias diferentes das encontradas na análise dos documentos oficiais.

### **III. Pesquisas Relacionadas**

Entre as pesquisas encontradas observamos que Burigato (2007) que se interessou pelo estudo das dificuldades dos alunos em fatorar expressões algébricas, identificando os teoremas

em ação utilizados ao fatorar expressões algébricas e a sua estabilidade nas resoluções, bem como, a diferença entre os teoremas em ação falsos destacados pelos alunos, nos ambientes lápis/papel e aplusix. Rodrigues (2008) leva em conta o desempenho de alunos de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental no estudo de produtos notáveis, com o auxílio do programa de computador Aplusix. O trabalho parte da preocupação referente aos baixos resultados das avaliações SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) e SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) no ano de 2005, O objetivo do estudo foi analisar os procedimentos pelos quais os alunos desenvolvem e resolvem as operações referentes aos produtos notáveis. Silva (2012) investigou a potencialidade do ensino de fatoração por meio de atividades e jogos, com base na determinação da área de quadrados e analisou o ensino e a aprendizagem da fatoração algébrica, com base em levantamento bibliográfico, e entrevistas com professores e alunos. Borgato (2013) se preocupou em investigar o papel das representações geométricas no processo de aprendizagem dos produtos notáveis e fatoração de polinômios por meio de atividades fundamentadas nas representações geométricas de área de retângulos.

O estudo das pesquisas relacionadas nos conduziu ao trabalho de Guadagnini (2013) que destacou a importância da resolução de equações do 2º grau por meio da fatoração e, nos diferentes registros, afim de que o aluno atribua significado a fatoração, aplicando-a na resolução de equações e não apenas como regras que devem ser memorizadas e reproduzidas nos exercícios e nas provas. Verificou-se que, a resolução de uma equação do segundo grau no Brasil é habitualmente ensinada utilizando a fórmula resolutive (denominada de Fórmula de Bháskara); surgiu a necessidade de aprofundar os estudos, especialmente, sobre a fatoração polinomial.

Assim constatamos que inúmeras pesquisas tem demonstrado inquietação com relação ao seu ensino, a saber: Tonnelle (1979 apud BARDINI, 2001) já destacava que “a fatoração constitui um mundo fechado e frágil para a maioria dos alunos” e, passado duas décadas Bardini (2001), observa que para a maioria dos alunos a fatoração continua uma manipulação algébrica desprovida de sentido, frequentemente realizada às cegas, seu sucesso dependendo da complexidade das expressões propostas. A pesquisadora ressalta ainda que, o ensino da fatoração no terceiro ano do Ensino Fundamental francês (alunos entre 13 e 14 anos) não leva em conta toda a complexidade ligada a este conceito, mesmo se entre as noções matemáticas

estudadas nas classes do terceiro ano, a fatoração ocupa um lugar de destaque, é importante ressaltar que sua aprendizagem apresenta dificuldades pelos alunos e que os exercícios propostos têm um baixo nível de complexidade, pois não se explora as aplicações que podem ser associadas. Assim, ainda segundo a pesquisadora na medida em que a fatoração é imediatamente tratada como objeto e entendida fora de qualquer caráter utilitário (mesmo intramatemático) seu ensino é essencialmente formal. Aqui observamos que o ensino proposto na França é muito parecido com o que se desenvolve no Brasil.

Consideramos ainda a pesquisa de Abou Raad (2004) que afirma, por meio das suas análises que a apresentação da fatoração em livros didáticos é demasiadamente formal, com definições e métodos dados a partir de exemplos, como se um exemplo com sua explicação e aplicações fossem suficientes para a introdução de um novo conceito. A fatoração é praticamente apresentada como um método de fazer, no qual os alunos devem memorizar fórmulas e utilizá-las sem meios de verificação da validade do resultado. A pesquisadora observa ainda que, os alunos não têm os elementos necessários para aplicar a fatoração em novas situações que possibilitam a construção de novos conhecimentos, restringindo-a assim ao caráter de ferramenta adquirida por meio do ensino.

Palomino (2011) afirma que as técnicas para fatorar e desenvolver um polinômio que se relacionam com o estudo de gráficos, geram outra maneira de determinar se um polinômio é ou não fatorável. Este novo método pode ser realizado por meio das noções de variação dos parâmetros, zeros dos polinômios, reconhecimento de expressões, enriquecendo a aprendizagem, possibilitando também o acesso aos problemas que tiveram os matemáticos na busca por métodos diferentes ao dos radicais e o estudo das raízes de uma equação. Assim, a autora observa que a fatoração de expressões polinomiais, é bem mais geral do que se pensa, trata-se da produção, reconhecimento e caracterização de expressões equivalentes, sinalizando que essa habilidade e desempenho dos alunos estão associados a um problema de compreensão dos polinômios.

Na sequência apresentamos brevemente os resultados obtidos na análise de algumas das possibilidades de ensino que sobrevivem atualmente por meio de propostas de ensino, que correspondem às relações institucionais esperadas, e do desenvolvimento das mesmas em livros didáticos, que correspondem às relações institucionais existentes.



#### **IV. Análise das Relações Institucionais Esperadas e Existentes**

No Brasil, quando consideramos a análise do material didático disponível, o que denominamos relação institucional existente, nos referindo à noção de relação institucional introduzida por Chevallard (1992), verificamos que a fatoração é introduzida no oitavo ano (estudantes entre 13 e 14 anos) sob os diversos casos e, quando possível, estes são articulados com a noção de área, com o objetivo de criar imagens mentais que favoreçam a memorização, ou seja, segue o mesmo modelo de introdução do objeto observado por Bardini (2001) para o ensino francês. A aplicação é feita explicitamente apenas no nono ano, quando se trata do estudo das soluções de uma equação do segundo grau por meio da técnica de fatoração.

Ainda nos referindo as análises das expectativas institucionais, estudamos a proposta de trabalho com este conteúdo matemático indicada nos Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasil (1998), o que consideramos como as relações institucionais esperadas, nos referindo à noção de relação institucional segundo Chevallard (1992). Assim, nestas relações foi possível observar que o documento recomenda a resolução de expressões equivalentes a uma expressão algébrica, por meio de fatorações e simplificações, a fim de que o estudante perceba que, a transformação de uma expressão algébrica em outra equivalente, mais simples, pode facilitar a determinação da solução de um problema.

A mesma análise foi realizada para as Organizações Curriculares Nacionais do Ensino Médio (OCEN) – Brasil (2006) que orientam ser importante considerar aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas quando do estudo de funções, o que permite aplicá-los na resolução de problemas, e não tratá-los apenas como aspectos associados a conteúdos isolados.

Assim destacamos que no Brasil, a fatoração no Ensino Fundamental parece ser um conhecimento teórico mais do que um conhecimento prático. A fatoração como ferramenta da resolução de situações de aprendizagem é muitas vezes vista pelos alunos, mas raramente utilizada, passando a compor um conhecimento, na maior parte do tempo, sem qualquer característica utilitária. No Ensino Médio e no Ensino Superior é utilizada como conhecimento prévio disponível para facilitar a solução de determinadas tarefas, isto é, trata-se de uma ferramenta introduzida no Ensino Fundamental para a qual se espera que o estudante possa utilizá-la quando necessário sem que para isso seja preciso uma demanda explícita.

Ao analisarmos os livros didáticos brasileiros indicados pelo Ministério da Educação para serem utilizados no Ensino Fundamental séries iniciais e finais, bem como, os do Ensino Médio, buscamos identificar a presença de fórmulas que representam casos de fatoração e produtos notáveis a fim de identificarmos o emprego explícito de tais propriedades, mas que não são tratadas como tal. Assim, encontramos nos diferentes campos da matemática, fórmulas que pressupõe conhecimento de fatoração e produtos notáveis, como por exemplo: do fator comum em evidência ou propriedade distributiva, quadrado da soma ou diferença de dois termos, a saber:

Encontramos em Geometria, no 7º ano a fórmula para o cálculo da Área do trapézio  $A = \frac{(b+B).h}{2}$ , a fórmula para calcular o número de diagonais de um polígono convexo:  $d = \frac{n(n-3)}{2}$ . No 8º ano, a fórmula para o cálculo das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados:  $S = (n-2).180$ , cálculo do volume da pirâmide:  $V = \frac{1}{3}(b.h)$ , volume da esfera:  $V = \frac{4}{3}(\pi r^2)$  e volume do cone:  $V = \frac{1}{3}(b.h)$ . No 9º ano, fórmula para a dedução do número máximo de intersecções com retas distintas:  $I = \frac{n^2 - n}{2}$ , altura do triângulo equilátero:  $h = \frac{l}{2}\sqrt{3}$ , área de superfície de um cilindro  $A_s = 2\pi r(h+r)$ .

No Ensino médio, além de algumas já citadas, destacamos a fórmula para a distância entre dois pontos:  $d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ , a equação da circunferência de centro O(a,b) e raio r:  $r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$ , área da região triangular dada pela fórmula de Heron:  $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ .

Destacamos, ainda, no Ensino Médio, no campo da trigonometria, a lei dos cossenos, por exemplo, para determinar o ângulo a, temos:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos \hat{a}$ , onde os termos  $b^2+c^2-2bc$  representa uma identidade de  $(b-c)^2$ , representando um caso de fatoração, denominado de quadrado da diferença de dois termos.

Em estatística encontramos a fórmula para a variância:  $V = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - MA)^2}{n}$  e, em matemática financeira, juros compostos:  $M = C(1+i)^t$ . No campo conjuntos numéricos, sublinhamos o termo geral de uma progressão aritmética (PA):  $a_n = a_1 + (n-1)r$ , soma dos termos de uma PA finita:  $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ , a fórmula para a conversão de graus Celsius para Fahrenheit e vice-versa:  $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ .

Ressaltamos que no Brasil, no Ensino Fundamental, a noção de fatoração é ensinada explicitamente no 8º ano e, no 9º ano quando do ensino da equação do 2º grau, no Ensino Médio é aplicada na resolução de funções quadráticas a fim de encontrar os zeros da função e, em polinômios e equações algébricas para decomposição em fatores de primeiro grau.

Após o estudo de algumas pesquisas sobre o tema, das expectativas institucionais para o ensino da fatoração no Brasil e das possibilidades de aplicação da fatoração em fórmulas e novos conhecimentos desenvolvidos nas diferentes etapas escolares, elegemos como questão central da nossa pesquisa: Como o estudo da fatoração, por meio de um PEP, pode auxiliar a repensar a forma usual de ensino desta noção e mostrar seu interesse enquanto ferramenta para o desenvolvimento de tarefas intra e extramatemáticas? E como objetivos: Como uma engenharia do tipo PEP pode conduzir a reflexão sobre novas formas de trabalho com conceitos e noções matemáticas, que auxiliem os estudantes a encontrar sentido para as mesmas, em particular, quando se considera a noção de fatoração, bem como, identificar as praxeologias didáticas e matemáticas existentes para o estudo da fatoração no Brasil e analisar atividades que justifiquem a utilização desse objeto matemático e possam ser empregadas quando da sua introdução.

#### **IV. Perspectivas**

Para finalizar, as análises das pesquisas existentes sobre fatoração polinomial mostra este tema é ainda pouco trabalhado e que a nossa proposta de incentivar os professores a encontrarem as possíveis aplicações por meio de um estudo centrado em uma engenharia de

tipo PEP é original tanto em relação a trabalhos envolvendo este tipo de engenharia, que já em sendo bastante desenvolvida na Europa, em particular, na Espanha e França, como em relação ao nosso objeto de estudo, isto é, a fatoração polinomial.

Já as análises das relações institucionais esperadas e existentes para o ensino da fatoração polinomial no Brasil coloca em evidência dificuldades já encontradas por pesquisadores tanto no Brasil como em outros países e parece que esta noção matemática vem sendo tratada de uma mesma forma por décadas, pois Tonnelle (1979) já observava que “a fatoração constitui um mundo fechado e frágil para a maioria dos alunos” e segundo nossas análises das praxeologias propostas para seu ensino a situação permanece a mesma.

Enfatizamos que nosso estudo pretende pesquisar os conteúdos do campo algébrico, em particular, os conceitos de fatoração polinomial, que são desenvolvidos inicialmente no Ensino Fundamental, com a finalidade de verificar e analisar atividades que justifiquem a utilização desse objeto matemático e possam ser empregadas quando da sua introdução, assim como, o estudo das praxeologias didáticas e matemática presentes nos livros didáticos no ensino da fatoração, no Brasil e em outros países aos quais tivermos acesso ao material.

Assim, atualmente preparamos o material de intervenção, por meio da construção do mapa com as possíveis questões, respostas e variáveis a partir de uma questão geradora, tomando como metodologia norteadora a engenharia didática do tipo PEP. Assim, para pensar nos prováveis percursos estamos desenvolvendo um estudo das possíveis aplicações na educação básica brasileira. Pretendemos, ainda, estudar as aplicações na matemática do ensino superior, em particular, em Cálculo e para as disciplinas dos cursos da área de informática.

Elegemos como sujeitos dessa pesquisa professores dos cursos superiores ligados a computação e informática, professores dos cursos superiores ligados às disciplinas de Cálculo, professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio e alunos do Ensino Médio, sendo que os dois últimos serão os sujeitos convidados a participar das intervenções nos moldes do PEP e os dois primeiros serão entrevistados para que possamos identificar os conhecimentos prévios sobre fatoração polinomial supostos mobilizáveis ou disponíveis pelos estudantes quando de seu ingresso no Ensino Superior.

Optamos por trabalhar, na intervenção, com um grupo de professores, pois acreditamos que estes não estão habituados a pensar a fatoração como um saber matemático associado à

saberes extramatemáticos e o mesmo se aplica para conceitos e noções matemáticos. Acreditamos que muitos deles ainda consideram que os estudantes que memorizam todos os casos possíveis de fatoração podem aplicá-los e enxergá-los facilmente quando necessário.

Por se tratar de uma pesquisa em andamento, estamos avançando na construção dos elementos necessários para o seu desenvolvimento a partir dos resultados brevemente discutidos neste artigo e, tentando compreender alguns pontos essenciais das relações institucionais e pessoais, a fim de que possamos construir um PEP.

## REFERÊNCIAS

ABOU RAAD, N. **Les Identités Remarquables fonctionnent-elles comme un théorème ou comme une règle d'action dans le sens de la factorisation pour les élèves de la classe de troisième en France.** 2004. 128 f. Mémoire de DEA (Interactions, Corpus, Apprentissages, Représentations) - Université Lumière Lyon II, Lyon - França, 2004

BARDINI, C. Le rapport des élèves à la factorisation en fin de troisième. **Cahier de Didirem**, IREM Paris 7- Denis Diderot, n.35,p.1-104, fevereiro. 2001.

BARQUERO, B.; BOSCH,M.; GASCÓN, J. Los recorridos de estudio e investigación y la modelización matemática em la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. **Enseñanza de las Ciencias**, v.29(3), p. 339-352, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, 1998.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: MEC, 2000.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) Ensino médio.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio;** vol. 2. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC; 2006.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2014.** Brasília:MEC/SEF, Matemática- Ensino Fundamental, anos finais, 2013.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes em théorie anthropologique du didactique. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v.19(2), p.221-266, 1999.

\_\_\_\_\_, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v. 12(1), p. 73-112, 1992.

\_\_\_\_\_, Y. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique.** Disponível em: <[http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse\\_des\\_pratiques\\_enseignantes.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf)> Acesso em: 15 de jul. 2015

**GUADAGNINI, M. R. O uso da fatoração na resolução de equações do 2º grau por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.** 2013. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande - MS, 2013.

**PALOMINO, M.F.M. La factorización de polinomios de una variable real em un ambiente de Lápiz/Papel (L/P) y álgebra computacional (CAS).** 2011. 319 f. Trabajo grado de Magister (Educación com énfasis em Educación Matemática) - Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Santiago de Cali, Co, 2011.