O ESTUDO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL: NOVOS CAMINHOS, NOVAS PRÁTICAS.

Autor: Jussara Gomes Araújo Cunha [1]
Co- Autora: Karine Socorro Pugas da Silva [2]
Orientador: Marcus Túlio de Freitas Pinheiro[3]

[1]Secretaria de Educação do Estado da Bahia. Email: jussaragac@yahoo.com.br
[2]Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA,Ccampus Camaçari. Email: helppugas@gmail.com
[3]Universidade do Estado da Bahia. Email: mtuliop@gmail.com

Resumo

Na Matemática, a maneira como se ensina e se aprende tem sido muito discutida, levando a reflexões sobre novas propostas de ensino através de renovações na prática docente. Os alunos sentem uma grande dificuldade em aprender conceitos matemáticos, por não perceberem utilidade e cada vez mais vão se distanciando, criando barreiras. É possível melhorar este quadro, possibilitando aos alunos a oportunidade de desenvolverem o processo de construção de conhecimento através de estímulos com atividades e ambientes que possam proporcionar o aprendizado matemático. Este trabalho foi elaborado com o objetivo de introduzir o estudo de função exponencial e aplicado em uma turma de 1º ano do Ensino Médio, em uma escola pública de Salvador- Ba. Os recursos utilizados foram: livro texto, a Torre de Hanói e um bloco de atividades. A metodologia aplicada é baseada na resolução de problema onde a investigação matemática está sempre presente. Neste contexto, a ação do professor deve fazer pensar, potencializando questionamentos em torno dos elementos de aprendizagem viabilizando a apropriação de novos elementos conceituais. O papel do docente é deslocado da posição de expositor de conteúdos estáticos para uma perspectiva meditativa se colocando como ator no processo criativo que junto com os discentes incorporam a aprendizagem a uma vivência concreta dos conceitos. Após a realização das atividades pôde-se constatar que despertar no aluno a predisposição para aprender e introduzir novos conceitos a partir dos conhecimentos que já estão formados na estrutura cognitiva do aluno, é determinante para a apropriação e ressiginificação do saber matemático.

Palavras-chave: Função Exponencial; Problema; Investigação; Mediação.

Introdução

A compreensão de processos formativos remete a uma articulação entre aspectos mais amplos das relações que entrelaçam educação e a experiência de vida com o conhecimento, considerando o currículo como alternativa para a produção e socialização de saberes, práticas, para a formação pessoal, profissional. Saberes esses tecidos socialmente entre indivíduos, grupos e comunidades. Para tratarmos desse contexto se faz necessário o enfoque das bases das epistemologias da complexidade e da multirreferencialidade. A complexidade assumida como eixo epistemológico nessa perspectiva traz a concepção de Edgar Morin (2007), como:

> ...um tecido (complexus: o que é tecido junto) de constituintes heterogêneas inseparavelmente associadas: ela coloca o paradoxo do uno e do múltiplo. [...] o tecido de acontecimentos, ações, interações, retroações, determinações, acasos, que constituem nosso mundo fenomênico. [...] a complexidade se apresenta com os traços inquietantes do emaranhado, do inextricável, da desordem, da ambiguidade, da incerteza... (MOURIN, 2008, p. 13).

O emaranhado de relações entre atores e processos sócio-cognitivos conectados dinamicamente fazendo emergir uma rede de sistemas de referências acoplados através de mediações múltiplas e interações sócio-afetivas baseadas em tecnologias convergentes possibilitando múltiplas interações. Do movimento entre mediações e interações eclode a hipercomplexidade, que para Ardoino (1998, p. 24), é fator preponderante para o questionamento da realidade posta.

Nessa perspectiva a leitura de mundo está baseada não em uma composição de sistemas de referências estanques que se apresentam para compor a realidade. Assim, a leitura de mundo emerge como uma composição da coexistência dos sistemas de referências entrelaçados que envolve e é envolvido pelo movimento entre o subjetivo e o objetivo, entre o "ser" e o "sendo" de uma forma multirreferencial. A multirreferencialidade é aqui exposta por Fróes Burnham como:

> [...] uma perspectiva de apreensão da realidade através da observação, da investigação, da escuta, do entendimento, da descrição, por óticas e sistemas de referência diferentes, aceitos "como definitivamente irredutíveis uns aos outros e traduzidos por linguagens distintas, supondo como exigência a capacidade do pesquisador de ser poliglota" e, acrescentamos, de ter uma postura aberta [...]. Esta perspectiva, [...] "encaminha a si mesma (como implicação) uma visão de mundo propriamente cultural" e requer uma "compreensão hermenêutica da situação" em que os sujeitos aí implicados "interagem intersubjetivamente". (FROES BURNHAM, 1998, p. 45).

A relação entre complexidade e multirreferencialidade é fundante na compreensão dos processos de ensino/aprendizagem. Essas duas perspectivas se entrelaçam nas ações do ensino compondo um mosaico estético de construção coletiva do conhecimento remetendo a uma autoforma sistêmica que tensiona o tecido social gerando referencialidades coexistentes, fazendo emergir relações conceituais promovendo aprendizagem. A perspectiva de uma ação de ensino de conceitos matemáticos engloba vários sistemas de referências técnicas, sociais, culturais engendrando linguagens e processos comunicativos que moldam comunidades baseadas em conhecimento.

O papel do professor nesse contexto é estimular o aluno para que ele relacione ideias, tenha autonomia de pensamento, descubra, crie, pense e raciocine. Para isso ele deve trabalhar com ideias por meio de situações problema e que o faça realmente pensar, analisar, julgar e decidir.

O professor deve propiciar aos alunos momentos que os levem a querer buscar o saber e, dessa forma, fazer com que os alunos não sejam simplesmente os espectadores do processo de ensino e aprendizagem, mas sim protagonistas conscientes e capazes, vivenciando experiências significativas desenvolvidas na sala de aula. Para criar um ambiente que possibilitasse uma maior interação e uma postura investigativa por parte dos alunos, foi utilizada a Torre de Hanói. A utilização de jogos nas aulas de Matemática tem sido discutida há algum tempo principalmente no que se refere ao grande potencial que ele traz no desenvolvimento do raciocínio, além de possibilitar um trabalho em grupo rico em discussões, reflexões e experimentos.

Segundo Ribeiro, (2009, p.27) a utilização do jogo atrelada a resolução de problema, alavanca o processo de desenvolvimento do senso crítico, da autonomia e criatividade por parte dos alunos, além de desenvolver aspectos afetivos, sociais e cognitivos.

Ao se relacionar o jogo com um problema para ser resolvido, o aluno potencializa habilidades.

A resolução de problemas, segundo os PCN (1999, p.265) é uma importante estratégia de ensino por possibilitar o desenvolvimento de habilidades e competências a serem desenvolvidas em matemática

Segundo Moreira, 2011 (apud Ausubel, 1978, p.41), se o professor pretende promover uma aprendizagem significativa, é necessário que ele conheça o que o aluno já sabe. Ele considera que o aluno só aprende a partir daquilo que sabe, além de ser imprescindível sua predisposição para aprender. Assim, a proposta inicial é trabalhar com as propriedades da potenciação, assunto estudado em anos anteriores.

Esta atividade foi elaborada para trabalhar em quatro etapas, com turmas de 1º ano do Ensino Médio, com o objetivo de introduzir a definição de função exponencial.

Parte-se do princípio que os alunos já tenham conhecimento sobre o conteúdo inicialmente tratado.

Etapa 1- Tem o objetivo de revisar as propriedades da potência com o propósito de fazer com que os alunos reflitam sobre elas.

Etapa 2 – Este momento deverá ser utilizado para leitura da lenda sobre a Torre de Brahama, interpretação e estabelecimento de regras para que os grupos iniciem o jogo e a confecção da Torre de Hanói.

Etapa 3 – Neste, os alunos devem realizar o jogo, preencher as tabelas e responder as questões levantadas no bloco de atividades

Etapa 4 – Socialização das descobertas através da análise das tabelas e gráficos construídos durante e após o jogo.

Metodologia

Etapa 1 – Inicialmente deverá ser distribuída um bloco de atividades constando alguns problemas envolvendo situações que, para serem resolvidas, os alunos devem utilizar conhecimentos anteriores sobre potenciação. Normalmente as propriedades da potenciação são colocadas para os alunos sem questionamentos. Estas atividades foram elaboradas com o propósito do aluno refletir sobre elas. Se perguntarmos aos alunos qual o valor de 2°? Eles irão responder automaticamente que é igual a 1. Será que conseguem justificar de alguma forma esta afirmativa?

Figura 1 – Bloco de Atividades Iniciais

1) Se solicitarmos o valor de 2°, 3°, 4°, 5°, ...,m°, com $m \neq 0$, qual seria sua resposta?
2) Você já pensou sobre isso? Por que? Você poderia explicar de alguma forma? Poderia justificar?
3) Suponha que você tenha em suas mãos uma folha de papel de ofício.
   Sugestão: Destaque uma folha do seu caderno
   Observe que ela tem uma forma retangular.
   Dobre no meio e abra a folha.
   Observe que você tem a forma retangular em cada uma das metades.
   Volte à etapa anterior (dobrada no meio).
   Continue dobrando ao meio. O que você observa quando abre a folha?
   Continue dobrando. O que você observa ao abrir a folha?
   Dobre novamente ao meio e o que você obtém?
   Faça isso por várias vezes e anote as suas conclusões.

Fonte: Arquivo das professoras.

As duas questões iniciais foram elaboradas para que os alunos realizassem uma revisão das propriedades de potência e para que isto aconteça a professora deverá iniciar um diálogo fazendo com que os alunos pensem em possibilidades de se obter um resultado igual a zero quando operamos dois números quaisquer.

Deveremos obter respostas do tipo (2-2), (2+(-2)), (2.0). Os alunos deverão percorrer o caminho inverso e revisar as propriedades, além de encontrar igualdades do tipo ($3^2/3^2$) para que reflitam que quando temos um número e dividimos por ele mesmo, obtemos a unidade como resultado ou quando temos uma fração onde o número que se encontra no denominador é o mesmo número que se encontra no numerador, obtemos como resultado o número 1. A terceira questão ele irá obter uma função exponencial. Ao analisar a função irá perceber que a quantidade de retângulos varia e é determinado pelo número de dobras, além de perceber que a variável se encontra no expoente.

As possibilidades de mudança. Embora sendo necessárias, trazem inseguranças por parte dos alunos e professores e requerem uma melhor compreensão por parte de todos os envolvidos. Para isto é necessário que o professor esclareça e saiba exatamente "o quê? ", "o como? ", "o porquê? " , " o para que?", está sendo realizada a atividade.

Na etapa 2 a proposta é trabalhar com a leitura e interpretação da lenda, estabelecer regras para o jogo que será confeccionado e como deverá ser feito o trabalho em grupo.

O conhecimento é construído a partir das inter-relações entre os sujeitos e os objetos que os cercam. Precisamos pensar e entender que somos parte de um mundo que está sendo construído, onde o futuro deverá estar voltado ao viver junto com dignidade. É necessário realizar atividades para desenvolver habilidades que possibilitem adotar atitudes de respeito mútuo, solidariedade, compreensão da convivência com o coletivo, regras e valores que estas envolvem. A solidariedade deverá ser condição de sobrevivência, pois somos seres interdependentes.

O professor deve ter cuidado ao apresentar um desafio utilizando a proposta de jogos matemáticos para que os alunos não transformem essa atividade lúdica numa competição desenfreada. Colabora com esse pensamento, D'Ambrosio (2012, p.12 e 13) ao falar sobre a educação, em especial a educação matemática, bem como o próprio fazer matemático pode ajudar a construir uma humanidade ancorada em respeito, solidariedade e cooperação. Para atender aos objetivos pretendidos o jogo é fundamental, além de exercer uma grande importância no desenvolvimento cognitivo como atenção, memória, raciocínio e criatividade. Brenelli (1996, p.173) afirmou que na atividade lúdica estão presentes os aspectos cognitivos e afetivos, de forma que a afetividade conduz o sujeito em busca dos objetivos a serem atingidos, e através do raciocínio, o aluno busca as melhores estratégias para vencer o jogo.

Na etapa 3, a sugestão é que os alunos trabalhem em duplas e comecem o jogo seguindo as regras pré-estabelecidas. Cada um dos alunos que compõem as duplas deverá jogar para que seu companheiro, após vivenciar a experiência, reflita e ajude seu colega em cada um dos passos que serão dados para atender os objetivos do jogo. A sugestão é que faça uma competição entre as duplas, incentivando-os a continuar com o desafio de passar as 5, 6 e até 8 peças que foram construídas. Quando o aluno atinge um determinado ponto do jogo, normalmente 5 peças, ele consegue deduzir o número mínimo de passos que deverá dar para passar as 6,7,8 peças. Esta sequência inicial eles obtêm sem muitos problemas e as dificuldades maiores são em relação a um número de peças sem seguir a sequência inicial. Pode-se perguntar, quantas jogadas (mínimas) para 100 peças? Para melhor analisar os dados obtidos, deve-se elaborar uma tabela onde os alunos deverão preencher no decorrer do jogo, para posteriormente analisar.

Figura 3- Questionamentos sobre os resultados obtidos durante o jogo

1- Será que existe alguma relação entre o número de peças e o número de jogadas?
2- O número de jogadas é uma função do número de peças?
3- Qual o número mínimo de jogadas quando se conhece o número de peças?
4- Podemos calcular o número de jogadas necessárias para uma quantidade qualquer de peças?

Fonte: Arquivo das professoras

Este momento é determinante para obtenção dos resultados esperados. De acordo com Freire (2015, pg.24), verificamos a necessidade de o professor assumir o papel de "[...] sujeito também da produção do saber, se convença definitivamente de que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para sua produção ou a sua construção".

Figura 4 – Bloco de Atividades

1 – Tente encontrar o número mínimo de jogadas para 50 peças. E 100?/ . Qual seria um limite razoável de peças para se confeccionar o jogo?

2- Supondo que se leve em média 1 segundo para se realizar uma jogada, quanto tempo levaria para jogar, sem errar, sabendo que o número máximo de peças que o jogo tem é 15?

3- Elabore um gráfico no número de peças X número de jogadas. Analise o gráfico e amplie seu conjunto numérico. Anote as observações feitas e socialize com seus colegas.

4- O que você observa quando amplia o conjunto numérico de N para R? / 5 – Quando é que você pode ligar os pontos do gráfico?

Fonte: Arquivo das professoras

Após a realização do jogo, os alunos devem ter em mãos duas funções exponenciais para que possam analisar as possibilidades possíveis para a base da potência. Neste momento ele já identifica que uma função exponencial tem como expoente uma variável mas precisa analisar os possíveis valores para o expoente e a base. A sugestão é que a professora dê a sugestão para que os alunos deem valores a base e conduza a aula com questionamentos que os direcionem a obterem resultados e percebam as limitações ou condições de existência da função em relação aos valores da base.

Esta atividade foi aplicada para ser testada em uma turma de 1º ano do ensino médio e os resultados foram surpreendentes no que se refere aos questionamentos surgidos, interesse e participação dos alunos. Isto se deu desde o primeiro momento, antes mesmo de confeccionarem e iniciarem o jogo, como podemos constatar no diálogo que se segue: (A) – Professora, eu sei que todo número elevado a zero é 1. (P) – Será? " Momento importante para algumas considerações". (A) – Claro, é regra. (P) – Todos concordam? Neste momento, o silêncio foi total. Depois de um tempo, alguns alunos se manifestaram concordando sobre a colocação do colega. (P) – O que vocês diriam sobre 0^0? (A) – É 1. (A) – É zero. (P) – Por que estão afirmando que é zero? Era um momento ideal para que todos refletissem sobre o que os levou a fazerem tais afirmações e se já tinham pensado sobre o porquê das mesmas. (P). Observem os números da atividade e verifiquem o que eles têm em comum. (A) – O expoente zero. (P) – Correto! Imaginem algumas situações onde obtemos o resultado zero! Silêncio total! (P) – Pensem em algumas operações entre dois ou mais números! (A) – 2X0. (P) – Ótimo! Só? (A) – (2 - 2). (P) – Vocês não têm outras sugestões? (A) – (3 – 3), (4 – 4). (P) – Que tal {2 + (- 2)}? (A) – É mesmo. (P) – Vamos substituir o expoente zero da atividade 1 por cada uma das situações citadas? (A) – Como faço? (P) – Alguém pode explicar como os números serão escritos? Este momento de discussão foi riquíssimo e diante das descobertas surgiu o interesse sobre o resultado ou qual o valor de 0^0. Algumas discussões surgiram em volta das propriedades, mas não chegaram a nenhuma conclusão e ficou como atividade para a próxima aula. Os alunos fizeram as substituições solicitadas e através dos questionamentos da professora eles revisaram as propriedades de potência. Nos exemplos que eles utilizaram a propriedade de divisão de potências de mesma base, não conseguiram perceber de imediato que o numerador e o denominador das frações eram iguais e poderiam pensar que isto significava dividir um número por ele mesmo. Após esta observação chegaram às conclusões tão esperadas.

Em relação à atividade 2, os alunos não tiveram maiores problemas. Chegaram à conclusão que o número de retângulos visualizados seria igual a 2^n com $n \in N$. No final da aula foi solicitado a todos os grupos que fizessem uma breve avaliação sobre a aula e pesquisassem sobre o 0^0.

Outro momento importante foi notado quando analisaram as tabelas e seguem alguns registros dos diálogos entre professora e alunos. (P) – Quando aumenta o número de peças, o que acontece com o número de jogadas? (A) – Aumenta também. (P) – De que forma? (A) – 7, 15, 31... (P) – Será que vocês conseguem descobrir qual será o próximo número dessa sequência? Nesse momento, um aluno que tinha conseguido encontrar o número mínimo de jogadas enquanto jogava, respondeu. (A) – Eu consegui 63, professora, e a senhora disse que eu estava correto. (P) – Certo, dessa forma conseguem descobrir qual será o número mínimo de jogadas para 7 e 8 peças? Neste momento a grande maioria encontrou a resposta sem muita dificuldade, simplesmente observando a sequência dada. Construíram a tabela e a professora solicitou que fizessem uma análise na horizontal. Todos estavam convencidos que o número de jogadas iria aumentando em função do número de peças, mas não estavam conseguindo fazer esta relação. Este foi um momento em que a professora precisou conduzir com algumas observações e questionamentos para não se sentirem desestimulados diante das dificuldades que estavam encontrando para obterem a relação. (P) – Se fôssemos escrever a sequência encontrada por vocês: 7, 15, 31, 63..., na forma de potência, o que fariam? (P) – Se fosse solicitado para que vocês escrevessem a sequência encontrada na forma de potência de base 2, conseguiriam? (A) – Não, eu conseguiria se fosse 8, 16, 32,... (P) – Ótimo! Agora imaginem que eu não posso ter como resultados 8, 16,32, 64,... e sim 7, 15, 31, 63,... O que devo fazer? (A) – Tiro 1. (P) – Maravilha! Devemos subtrair 1 unidade. (P) – Agora pensem! Como chegamos a esses números e qual a relação que existe entre o número de peças e o número mínimo de jogadas? Neste momento nenhum aluno conseguiu encontrar a relação e a professora resolveu solicitar ao grupo que preenchesse uma tabela (fig.) tentando fazer com que os alunos visualizassem a relação e avançassem nas atividades.

Figura 5- Sugestão de tabela construída

Nº de peças	Nº de jogadas	Nº de jogadas/(potência de base 2 -1)
1		
2		
3		
4		
5		

6		

Fonte – arquivo da professora

Após construírem a tabela, ocorreram muitas discussões importantes em decorrência dos gráficos traçados O gráfico solicitado foi o do nº de peças pelo nº de jogadas e por nenhum momento os alunos consideraram que estavam trabalhando com o conjunto dos números naturais. Em decorrência ligaram os pontos. Neste momento a professora chamou a atenção dos alunos sobre o conjunto numérico que estavam trabalhando e pediu que eles ampliassem a situação analisada e considerassem uma função onde o universo numérico fosse o conjunto dos números reais. Diante da situação que foi colocada surgiu a oportunidade de trabalhar a função exponencial $f(x) = 2^n$ com $n \in R$. A situação foi criada para que os alunos pudessem analisar os possíveis valores que a base poderia ser atribuída levando em consideração que o expoente era um número real qualquer (P)- Considere a função $f(n) = a^n$ com n pertencente ao conjunto dos números Reais. Quais os possíveis valores que podemos atribuir à base? (A)- Qualquer número. (P)- Será? (A)- Porque não? (P)- Vamos atribuir valores à base e ao expoente e observar o que pode acontecer? Neste momento os alunos começaram a atribuir valores e calcular os resultados para cada um dos casos, mas todos pensavam em valores inteiros para “a” e a professora teve que conduzir de forma a optarem por valores que não fossem números inteiros para a base e expoente. (P)- Vamos imaginar a situação onde temos $f(x) =a^x$ onde x é um número real. (A)- Não pode 0^0 (P)- -Ótimo, mas só existe esta impossibilidade? (P)- Imaginem outras situações que não pode acontecer! Silêncio total (P)- Bem, vamos analisar as possibilidades Considerem x um número real qualquer e analisem cada uma das situações: $a=0$; $a=1$; $0< a <1$; $a>1$; $-1 < a < 0$; $a< -1$. Neste momento discutiram as impossibilidades onde os questionamentos da professora foram determinantes para chegarem às conclusões desejadas. Após este estudo foi possível definir função exponencial sem maiores problemas onde os alunos puderam fazer as considerações em relação aos valores da base de forma consciente e com compreensão.

Conclusões

As dificuldades encontradas pelos estudantes, durante o estudo da álgebra, especificamente função exponencial, foi uma motivação na busca de novas práticas de ensino com o propósito de inicialmente envolve-los e assim obterem uma melhor compreensão sobre as diversas formas de representação. Os diálogos entre professor e alunos foram citados pois a língua natural foi explicitamente utilizada para tentar entender os processos cognitivos dos raciocínios matemáticos. O que os alunos estavam pensando? Quais as associações que estavam sendo feitas? Como estavam fazendo as deduções e argumentações? Como estava ocorrendo o raciocínio matemático? É importante levar em conta os conhecimentos prévios no processo ensino/aprendizagem.

> [...] porque o efetivo diálogo pedagógico só se verifica quando há uma confrontação verdadeira de visões e opiniões; o aprendizado da ciência é um processo de transição da visão intuitiva, de senso comum ou de auto elaboração, pela visão de caráter científico construída pelo aluno, como produto de embate de visões. (PCN, 1999, p. 266)

Acreditamos que aprender matemática, consiste em ser capaz de aplicar o conhecimento matemático em situações diversas que vai além de uma aprendizagem tecnológica de procedimentos pré-determinados. Sabe-se que as equações no ensino da álgebra, são ferramentas de solução de problemas, mas é necessário que o aluno, além de saber aplicá-la em situações corretas, compreenda o porquê e o papel de cada um dos seus termos. Na matemática a aprendizagem está diretamente relacionada com a compreensão que envolve o porquê e o para quê; isto normalmente não acontece com outras ciências, razão que leva a sérios problemas para o professor durante a realização de uma sequência de atividades.

O professor deve propiciar aos alunos momentos que os levem a querer buscar o saber e, dessa forma, fazer com que não sejam simplesmente os espectadores do processo de ensino e aprendizagem, mas sim protagonistas conscientes e capazes, vivenciando experiências significativas desenvolvidas em sala de aula. Para atender aos objetivos pretendidos o jogo foi fundamental, além de exercer uma grande importância no desenvolvimento cognitivo como atenção, memória, raciocínio e criatividade.

É necessário que o professor seja um mediador do diálogo entre o educando e o conhecimento. Ao professor deverá caber a orientação necessária para que o objeto do conhecimento seja explorado pelos alunos, sem jamais lhes oferecer a solução pronta. Acredito que esta proposta possa contribuir para uma aprendizagem com mais significado, uma vez que coloca o aluno como centro do processo educacional, enfatizando-o como ser ativo na construção do conhecimento e fazendo conexões com conhecimentos pré-existentes na sua estrutura cognitiva. Isto pode ser constatado ao observar o desenvolvimento do trabalho com o diálogo e as provocações ao longo de todo o estudo.

Referências Bibliográficas

ARDOINO, Jacques. Abordagem Multirreferencial (Plural) Das Situações Educativas E Formativas. In: **Multirreferencialidade Nas Ciências E Na Educação**/Coordenado Por Joaquim Gonçalves Barbosa. São Carlos: Edufscar, 1998.

BRASIL, Secretaria De Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: **Matemática**/ Secretaria De Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1999. 360p.

BRENELLI, Rosely Palerma. **O jogo como espaço para pensar:** A construção de noções lógicas e aritméticas. Campinas, SP: Papirus, 1996. 208p.

D' AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23ª ED. Campinas, SP: Papirus, 2012. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática) 110 p.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia:** Saberes necessários e prática educativa. 50ª ED. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2015. 143 p.

FROES BURNHAM, Teresinha. Complexidade, Multirreferencialidade, Subjetividade: Três Referências Polêmicas Para A Compreensão Do Currículo Escolar. In: **Reflexões Em Torno Da Abordagem Multirreferencial**. São Carlos: Editora Da Ufscar. 1998. P. 35-55.

MOREIRA, Marco Antônio: MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem Significativa:** A Teoria de David Ausubel**.** 2ª ED. São Paulo: Centauro, 2001. 111p.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da Aprendizagem Significativa e sua Implementação em sala de aula.** Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006. 186 p.

_______. **Teorias da Aprendizagem**. 2ª ED. Ampl. São Paulo: EPU, 2011. 242 p.

MORIN, Edgar**. O Método 3:O Conhecimento Do Conhecimento.** 4ª Ed.Porto Alegre: Sulina, 2008. NICOLESCU, Basarab. O Manifesto Da Transdisciplinaridade. 3ª Ed. São Paulo: TRIOM, 1999.

RIBEIRO, Flávia Dias. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática.** São Paulo: Saraiva, 2009. 124 p.